



Das Problem

Zur Berechnung von räumlichen Zahnflanken muß deren Fertigung simuliert werden. Die Zahnflanke wird für die Tragfähigkeitsberechnung einschließlich den Krümmungen (Fundamentalformen) benötigt.

Die Werkstückfläche ist die Hüllfläche der Werkzeugfläche. Die Maschinenkinematik bestimmt den Zwanglauf zwischen Werkzeug- und Werkstücksystem. Für die Berechnung der Fundamentalformen werden die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen benötigt.



Die Idee



Jede Werkzeugmaschine wird als „Kinematische Kette“, bestehend aus Dreh- und Schubgelenken dargestellt.

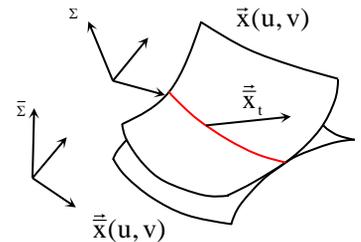
Die Bewegung zwischen Werkzeug und Werkstück wird durch die Hintereinanderausführung der Achsentransformationen berechnet



Die Theorie

Transformation der Koordinaten vom Werkzeugsystem (\vec{x}) ins Werkstücksystem ($\vec{\bar{x}}$).

Die Verwendung von Quaternionen statt Drehmatrizen, schließt Probleme bei der Rücktransformation aus!



$$\vec{\bar{x}}(t) = \vec{t}(t) + Q(t) \vec{x} \tilde{Q}(t)$$

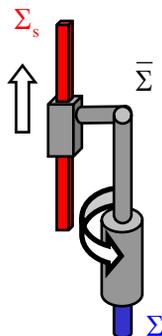
Geschwindigkeiten und Beschleunigungen werden liniengeometrisch als Winder dargestellt.

Idee: Die Bewegungswinder im Gangsystem darstellen und im Gangsystem ableiten!

$$\vec{\bar{x}}_t = Q(t)(\vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{x} + \vec{x}_t) \tilde{Q}(t) \quad \vec{\bar{x}}_{tt} = Q(\vec{v}_{0,t} + \vec{x}_{tt} + \vec{\omega}_t \times \vec{x} + 2\vec{\omega} \times \vec{x}_t + \vec{\omega} \times (\vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{x})) \tilde{Q}$$

$$\text{Bewegungswinder : } \mathbf{b} = (\vec{\omega}, \vec{v}_0) \quad \mathbf{b}_t = (\vec{\omega}_t, \vec{v}_{0,t}) \quad \vec{\omega} = 2\tilde{Q}Q_t$$

Differentiation bei zusammengesetzten Transformationen und den Bewegungswindern:



$$\vec{\bar{x}}_s = \vec{t} + \bar{T}(\vec{t} + T\vec{x}) \quad \mathbf{b} \text{ aus } (\vec{t}, T), \bar{\mathbf{b}} \text{ aus } (\vec{t}, \bar{T})$$

$$\mathbf{b}_s = \mathbf{b} + \hat{T}^t \bar{\mathbf{b}} = (\vec{\omega} + T^t \vec{\omega}, \vec{v} + T^t (\vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{t}))$$

$$\mathbf{b}_{s,t} = (\mathbf{b} + \hat{T}^t \bar{\mathbf{b}})_t = \mathbf{b}_t + \hat{T}^t \bar{\mathbf{b}} \times \mathbf{b} + \hat{T}^t \bar{\mathbf{b}}_t$$

$$\mathbf{b}_{s,tt} = \mathbf{b}_{tt} + \hat{T}^t \bar{\mathbf{b}}_{tt} + \hat{T}^t \bar{\mathbf{b}}_t \times \mathbf{b} + 2\hat{T}^t \bar{\mathbf{b}} \times \mathbf{b}_t + (\hat{T}^t \bar{\mathbf{b}} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{b}$$

⇒ Gleicher Formalismus für Winder wie bei Geschwindigkeiten und Beschleunigungen